

Hoe rekenen leerlingen aan het eind van het basisonderwijs rekenopgaven uit?

Een analyse van de schriftelijke uitwerkingen van deelnemers aan Peil. Rekenen-wiskunde 2019

Het hier beschreven onderzoek beschrijft een landelijk representatief beeld van welke strategieën schoolverlaters in het (s)bo gebruiken om meercijferige optel-, aftrek-, vermenigvuldig- en deelopgaven, zoals $7849 : 12$ en $14,72 + 3,13 + 5,28$, op te lossen. Daartoe zijn de oplossingsstrategieën van deelnemers aan Peil-2019 op elf rekenopgaven in kaart gebracht.

Erika Schlatter & Marian Hickendorff, Instituut Pedagogische Wetenschappen, Universiteit Leiden

Schlatter, E. & Hickendorff, M. (2024). Hoe rekenen leerlingen aan het eind van het basisonderwijs rekenopgaven uit? Een analyse van de schriftelijke uitwerkingen van deelnemers aan Peil. *Rekenen-wiskunde 2019. Volgens Bartjens – ontwikkeling en onderzoek*, 43(4), 41-55.

In totaal zijn 10.287 uitwerkingen van 4983 leerlingen geanalyseerd. De resultaten laten zien dat het strategiegebruik afhangt van de bewerking en de complexiteit van de rekenopgave. Opgaven die in één of twee stappen kunnen worden opgelost worden vaak – succesvol – zonder schriftelijke uitwerking beantwoord. Bij aftrek- en vermenigvuldigopgaven die meerdere rekenstappen vereisen wordt vaak gecijferd, en dat is ook de meest succesvolle strategie op die opgaven. Deelopgaven worden zoals verwacht cijferend, kolomsgewijs of anders schriftelijk opgelost, en cijferen is op één deelopgave het meest succesvol. Zoals verwacht rekenen meisjes meer met standaardstrategieën en jongens vaker zonder uitwerking, cijferen bo-leerlingen vaker dan sbo-leerlingen en passen leerlingen die kolomsgewijs delen aangeboden hebben gekregen deze strategie ook vaker toe. Tegen de verwachtingen in rekenen sterke rekenaars vaker zonder schriftelijke uitwerking dan gemiddelde of zwakke rekenaars en rekenen leerlingen op scholen waar met Snappet of Gynzy wordt gewerkt voor de verwerking vaker op papier dan leerlingen op scholen die niet met deze digitale methodes werken. Tot slot blijkt uit een vergelijking van het strategiegebruik op twee opgaven die ook in de eerdere peiling zaten dat leerlingen in 2019 op deze opgaven vaker schriftelijk rekenen dan in 2011.

Inleiding

Grootschalige peilingsonderzoeken hebben als doel een representatief beeld te geven van de vaardigheid van leerlingen. Voor het domein rekenen-wiskunde is in 2019 een nationaal peilingsonderzoek uitgevoerd onder schoolverlaters in het basisonderwijs (bo) en speciaal basisonderwijs (sbo): 'Peil. Rekenen-Wiskunde 2018-2019' (Inspectie van het Onderwijs, 2021). De vaardigheid van leerlingen is in kaart gebracht aan de hand van hun prestaties, oftewel het aantal goed beantwoorde opgaven. Deze resultaten zijn daarom beperkt tot het product van het oplossen van opgaven, en geven geen inzicht in het oplossingsproces - in hoe leerlingen tot hun antwoord zijn gekomen. Dat er verschillende manieren zijn om rekenopgaven op te lossen is een cruciaal aspect van het rekenonderwijs. Er wordt dan ook veel onderzoek gedaan naar de variatie in oplossingsstrategieën die leerlingen gebruiken en factoren die samenhangen met hun strategiekeuze, zoals gender van de leerling of onderwijsaanbod (Hickendorff et al., 2019). Om strategiegebruik te kunnen onderzoeken bestaan verschillende manieren, zoals leerlingen hardop laten denken terwijl ze een rekenopgave uitrekenen. In grootschalige, klassikale afnames is dat door praktische redenen niet mogelijk. Het analyseren van de schriftelijke uitwerkingen van leerlingen biedt dan uitkomst (Fagginger Auer et al., 2015).

Deze aanpak is bij drie voorgaande rekenpeilingen aan het eind van het basisonderwijs toegepast: de afnames van 1997, 2004 en 2011 van PPO (Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau, uitgevoerd door Cito). Deze analyses richtten zich primair op strategieën voor meercijferige deelopgaven, zoals $7849 : 12$ (Hickendorff et al., 2009; Van Putten & Hickendorff, 2006). In PPO-2011 zijn ook de strategieën bij vermenigvuldigingsopgaven in kaart gebracht (Fagginger Auer et al., 2013; Fagginger Auer, Hickendorff, Van Putten, et al., 2016). Eén van de meest relevante bevindingen was dat de waargenomen prestatiedaling tussen PPO-1997 en PPO-2004 bij deelopgaven gedeeltelijk toe te schrijven was aan een verschuiving van het toepassen van standaardprocedures, specifiek het cijferend delen oftewel de staartdeling, naar het rekenen zonder schriftelijke uitwerkingen, en dat deze verschuiving met name op conto van de jongens kwam. Tussen PPO-2004 en PPO-2011 zijn weinig veranderingen gevonden in strategiegebruik en prestaties.

Het huidige onderzoek zet deze onderzoekslijn voort door een vierde peiling aan de reeks toe te voegen: Peil. Rekenen-Wiskunde 2018-2019, kortweg Peil-2019. Opnieuw zijn de oplossingsstrategieën van leerlingen in kaart gebracht door hun schriftelijk werk te analyseren en categoriseren. Ditmaal onderzochten we naast vermenigvuldig- en deelopgaven ook optel- en aftrekopgaven. Een andere toevoeging ten opzichte van de PPO-onderzoeken is dat niet alleen groep-8-leerlingen uit het basisonderwijs (bo) deelnamen, maar ook schoolverlaters uit het speciaal basisonderwijs (sbo). Het overkoepelende doel van dit onderzoek is een landelijk representatief beeld te geven van welke strategieën schoolverlaters in het (s)bo gebruiken om meercijferige optel-, aftrek-, vermenigvuldig- en deelopgaven op te lossen - en welke strategieën het vaakst tot het juiste antwoord leiden. Daarnaast biedt het onderzoek verdieping door te onderzoeken of leerlingkenmerken (gender, rekenniveau), het onderwijsaanbod (digitale methode of niet, aanbod van strategie-instructie) en onderwijstype (bo of sbo) samenhangen met de strategieën die leerlingen gebruiken. Ten slotte wordt waar mogelijk een vergelijking met eerdere peilingen gemaakt. De resulterende inzichten over het oplossingsproces van leerlingen zijn belangrijk voor de onderwijspraktijk, en kunnen door methode-uitgevers, toezichthouders en beleidsmakers worden afgezet tegen het aanbod en de beoogde doelen om van daaruit aanknopingspunten voor verbetering te vinden.

Strategieën voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen

In dit onderzoek staan meercijferig optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen centraal. Het gaat dus in principe niet om geautomatiseerde basisvaardigheden, maar om opgaven waarbij echt gerekend moet worden om tot het antwoord te komen (al zijn er enkele opgaven die in principe om geautomatiseerde basisvaardigheden vragen, zie voor deze uitzonderingen de methodesectie). In het bo hebben leerlingen in groep 4-5 eerst hoofdrekenstrategieën geleerd - waarbij we onder hoofdrekenen rekenen mét het hoofd en niet per se in het hoofd verstaan (Hickendorff, 2023). Voor optellen en aftrekken zijn dat bijvoorbeeld rijgen en splitsen, voor vermenigvuldigen herhaald optellen en splitsen, en voor delen herhaald aftrekken of opvermenigvuldigen. Vanaf groep 5-6 worden deze strategieën aangevuld met standaardprocedures, het onder elkaar rekenen (Hickendorff, 2023). Veel reken-wiskundemethoden bieden het kolomsgewijs rekenen aan als brug naar het cijferend rekenen, maar er zijn ook methoden die het kolomsgewijs rekenen overslaan en direct het cijferend rekenen aanbieden. In Peil-2019 is aan de leerkrachten gevraagd

► Afbeelding 1.
Hoofdcategorieën
rekenstrategieën

welke oplossingsstrategieën zij aanbieden: kolomsgewijs en/of cijferend (Inspectie van het Onderwijs, 2021). Bo-leerkrachten bieden in groep 8 voor optellen, aftrekken en vermenigvuldigen vooral het cijferend rekenen aan; voor delen ligt dat meer in het midden. Sbo-leerkrachten bieden over het geheel meer kolomsgewijs rekenen en minder cijferend rekenen aan dan bo-leerkrachten. Bij delen bieden sbo-leerkrachten nauwelijks het cijferen (de staartdeling) aan.

In het huidige onderzoek maken we, net als bij PPON-2011, een indeling in (a) cijferend rekenen, (b) kolomsgewijs rekenen, (c) anders schriftelijk, (d) zonder uitwerking en (e) overig (zoals overgeslagen of onduidelijk), zie ook afbeelding 1.

	Optellen	Aftrekken	Vermenigvuldigen	Delen
Cijferen	11 1 14,72 3,13 <u>5,28 +</u> 23,13	2 12 13 2 5 <u>7 5 -</u> 1 2 5 0	9,7 <u>6,3 x</u> 2,91 <u>58,2 +</u> 61,11	12 / 7849 \ 654 r1 <u>72 1</u> 64 <u>60 </u> 49 <u>48</u> 1
Koloms-gewijs	14,72 3,13 <u>5,28 +</u> 10 12 1 <u>0,13 +</u> 23,13	1325 <u>75 -</u> 0 -50 300 <u>1000 +</u> 1250	9,7 <u>6,3 x</u> 0,21 2,7 4,2 <u>54 +</u> 61,11	7849 : 12 <u>6000-</u> 500x 1849 <u>1200-</u> 100x 649 <u>600-</u> 50x 49 <u>48-</u> <u>4x +</u> 1 654
Anders schriftelijk, bijv.:	14,72 + 5,28 = 20 20 + 3,13 = 23,13	1325 - 25 = 1300 1300 - 50 = 1250	6,3 x 10 = 63 6,3 x 0,3 = <u>1,89-</u> 61,11	6000 : 12 = 500 1200 : 12 = 100 600 : 12 = 50 48 : 12 = 4 500 + 100 + 50 + 4 = 654

Leerlingenkenmerken en onderwijsaanbod

Onderzoeken naar strategiegebruik analyseren vaak of er verschillen zijn naar leerlingenkenmerken. Twee veel onderzochte leerlingenkenmerken zijn gender en rekenniveau. Veel onderzoeken laten zien dat er verschillen zijn tussen jongens en meisjes in hun strategiegebruik: meisjes zijn meer dan jongens geneigd om standaardprocedures te gebruiken, terwijl jongens vaker op een andere, niet-standaard, manier rekenen of geen schriftelijke aantekeningen maken (Fagginger Auer, Hickendorff, Van Putten, et al., 2016; Hickendorff et al., 2010, 2018; Timmermans et al., 2007) maar er zijn ook onderzoeken die geen verschil vinden (Fagginger Auer, Hickendorff, & van Putten, 2016; Torbeyns et al., 2017). Ook in de eerdere strategieonderzoeken van PPON-1997, 2004 en 2011 bleken meisjes meer geneigd te zijn om standaardprocedures te gebruiken en jongens meer geneigd om zonder schriftelijke aantekeningen tot hun antwoord te komen (Fagginger Auer et al., 2013; Van Putten & Hickendorff, 2006).

Veel onderzoeken laten ook zien dat het strategiegebruik van leerlingen samenhangt met hun rekenniveau. Zo blijkt dat sterkere rekenaars vaker handige strategieën zoals compenseren gebruiken dan zwakkere rekenaars (Hickendorff, 2018, 2020; Newton et al., 2019). Specifiek voor het domein delen blijken zwakkere rekenaars vaker zonder uitwerking te werken en minder vaak kolomsgewijs of cijferend te rekenen dan gemiddelde en sterke rekenaars, zoals gevonden in PPON-2004 en PPON-2011 (Fagginger Auer, Hickendorff, Van Putten, et al., 2016; Hickendorff et al., 2009; Van Putten & Hickendorff, 2006) en in specifieke vervolgonderzoeken (Fagginger Auer et al., 2018; Fagginger Auer, Hickendorff, & Van Putten, 2016; Hickendorff et al., 2010).

Ten slotte is het waarschijnlijk dat het onderwijsaanbod samenhangt met de strategieën die leerlingen gebruiken (Sievert et al., 2019). Een mogelijk relevante factor is het gebruik van digitale leermiddelen. Was dit in de eerdere peilingsonderzoeken nog niet of nauwelijks aan de orde,

inmiddels heeft het gebruik van digitale leermiddelen een enorme vlucht genomen. In Peil-2019 rapporteerde 21% van de leerkrachten met Snappet of Gynzy te werken voor de instructie en/of verwerking (Buisman et al., 2021). Een veelgehoorde zorg is dat werken met digitale leermiddelen als neveneffect kan hebben dat leerlingen meer uit het hoofd en minder op (klad)papier rekenen (Faber & Visscher, 2016; Hickendorff, 2023). De huidige strategieënanalyse van Peil-2019 biedt een uitgelezen kans om na te gaan in hoeverre dit inderdaad het geval is. Een andere relevante factor is het strategieënaanbod in de instructie. Nadere analyses op de data van PPON-2011 bij vermenigvuldigen en delen laten zien dat of de leerkracht kolomsgewijs of cijferend rekenen aanbiedt zich weerspiegelt in het gebruik van deze strategieën door hun leerlingen (Fagginger Auer, Hickendorff, Van Putten, et al., 2016).

Huidige studie

Dit artikel geeft beschrijvende resultaten van een analyse van het strategiegebruik van schoolverlaters in het bo en sbo bij het oplossen van rekenopgaven. De onderzoeksvragen zijn:

1. Welke strategieën gebruiken leerlingen aan het eind van het (speciaal) basisonderwijs bij het oplossen van meercijferige optel-, aftrek, vermenigvuldig- en deelopgaven?
Hypothese 1: we verwachten bij optellen en aftrekken vooral cijferend rekenen, bij vermenigvuldigen en delen ook veel kolomsgewijs rekenen.
2. Zijn er verschillen tussen de strategieën in de kans op een goed antwoord?
Hypothese 2: We verwachten dat cijferend rekenen de hoogste succeskans heeft, gevolgd door kolomsgewijs rekenen, anders schriftelijk en ten slotte zonder schriftelijke aantekeningen.
3. Zijn er verschillen in strategiegebruik naar (a) gender, (b) rekenniveau, (c) gebruik van digitale methode voor verwerking, (d) strategieënaanbod en (e) schooltype: bo versus sbo?
Hypothese 3a: We verwachten dat meisjes meer standaardprocedures gebruiken dan jongens, en dat jongens meer op een andere schriftelijke manier rekenen of niet schriftelijk rekenen dan meisjes.
Hypothese 3b: We verwachten dat zwakke rekenaars minder vaak schriftelijk rekenen dan gemiddelde en sterke rekenaars.
Hypothese 3c: We verwachten dat leerlingen die werken met een digitale methode voor verwerking (Snappet of Gynzy) minder vaak schriftelijk rekenen dan leerlingen die niet met een digitale methode werken.
Hypothese 3d: We verwachten dat leerlingen in groepen waar kolomsgewijs rekenen in het aanbod zit meer kolomsgewijs rekenen en minder cijferend rekenen, dan leerlingen in groepen waar kolomsgewijs rekenen niet (meer) in het aanbod zit.
Hypothese 3e: We verwachten dat leerlingen in het sbo vaker kolomsgewijs rekenen en minder vaak cijferen dan leerlingen in het bo.
4. Zijn er verschillen in strategiegebruik tussen Peil-2019 en PPON-2011 op opgaven die in beide peilingen zaten? Deze vraag benaderen we exploratief.

Methoden

Participanten

Aan Peil-2019 deden 5919 schoolverlaters (50% meisjes, gemiddelde leeftijd 12 jaar en 4 maanden) uit het basisonderwijs en speciaal basisonderwijs mee. Deze leerlingen maakten niet allemaal alle opgaven. Omdat in dit onderzoek een beperkte set opgaven meegenomen is (zie materialen), kwam het totaal aantal deelnemers in dit onderzoek uit op 4983 leerlingen, waarvan 17,3% leerlingen uit het sbo.

Materialen

TOETSBOEKJES

Voor dit onderzoek zijn de ruwe data (aantekeningen die leerlingen maakten in de toetsboekjes) van Peil-2019 gebruikt. De 26 verschillende toetsboekjes bevatten elk een subset van opgaven. Voor dit onderzoek analyseerden we alle opgaven uit de schalen 'Optellen en aftrekken' en 'Vermenigvuldigen en delen'. In 22 toetsboekjes stonden één of meer van deze opgaven. Omdat de toetsboekjes op basis van verwacht uitstroombniveau aan leerlingen zijn toegewezen, verschilt het aantal

(s)bo-leerlingen en de gemiddelde vaardigheidsscore op de totaalschaal rekenen-wiskunde per opgave (afbeelding 2).

GEANALYSEERDE OPGAVEN

In dit onderzoek zijn elf open meercijferige optel-, aftrek-, vermenigvuldig- en deelopgaven geanalyseerd, waarbij leerlingen geen rekenmachine mochten gebruiken en waarbij precies (niet schattend) gerekend moest worden. Vier van deze opgaven waren contextopgaven (15,5 - 11,8, 8 x 7, 7849 : 12 en 139 : 8) en bij twee opgaven moesten leerlingen het antwoord afronden (7849 : 12 en 139 : 8). In totaal werden de aantekeningen bij 10.287 gemaakte opgaven gecodeerd en geanalyseerd.

In afbeelding 2 is te vinden welke opgaven bij welke onderzoeksvraag geanalyseerd zijn. Voor de eerste onderzoeksvraag, een inventarisatie van de gebruikte rekenstrategieën, zijn alle opgaven geanalyseerd. Voor de tweede onderzoeksvraag, waarbij de succesansen voor verschillende strategieën geanalyseerd zijn, zijn opgaven waarbij door meer dan 30% van de leerlingen aantekeningen gemaakt werd meegenomen. Vanwege deze keuze vielen vier opgaven af. Voor de derde onderzoeksvraag, waarbij strategiegebruik van verschillende leerlinggroepen vergeleken werd, zijn opgaven meegenomen waarbij door meer dan 30% van de leerlingen aantekeningen werd gemaakt. Voor onderzoeksvraag 3e is bovendien alleen gekeken naar opgaven die door voldoende sbo-leerlingen gemaakt zijn. Voor de vierde onderzoeksvraag, waarbij resultaten uit Peil-2019 vergeleken zijn met resultaten uit Peil-2011, konden twee opgaven geanalyseerd worden.

► Afbeelding 2.
Geanalyseerde opgaven

Opgave	N		Score deelsteekproef ¹ (SD)	Onderzoeksvraag			
	bo	sbo		1	2	3 ²	4
14,72+3,13+5,28	989	1	0.74 (0.35)	.	.	.	
						a b c	
8003-888	937	83	0.29 (0.37)	.	.	.	
						a b c e	
15,5-11,8	1186	12	0.65 (0.34)	.	.		
1325-75	332	327	-0.12 (0.38)	.	.		
1-0,8	252	340	-0.19 (0.36)	.			
9,7x6,3	868	73	0.33 (0.37)
						a b c e	
8x7	454	333	-0.07 (0.39)	.			
3x30	332	327	-0.13 (0.39)	.			
7849:12	1004	1	0.74 (0.35)
						a b c d	
139:8	1210	12	0.65 (0.34)	.	.	.	
						a b c d	
7,2:9	242	344	-0.21 (0.35)	.			

¹ Gemiddelde vaardigheidsscore rekenen-wiskunde van deelsteekproef die deze opgave gemaakt heeft.

² Letters geven aan voor welke deelvraag een opgave is geanalyseerd.

Codeerschema

Per opgave werd het antwoord, de oplossingsstrategie en aanvullende eigenschappen van de aantekeningen gecodeerd. Voor dit onderzoek werd alleen gekeken naar het antwoord (goed of fout) en de oplossingsstrategie.

Bij het coderen werden acht oplossingsstrategieën onderscheiden: cijferen, kolomsgewijs rekenen, compenseren en vijf opgave-specifieke oplossingsstrategieën. De opgave-specifieke oplossingsstrategieën en compenseren zijn voor dit onderzoek samengevoegd in de categorie ‘anders schriftelijk’ (zie afbeelding 1 voor voorbeelden). Verder werd genoteerd wanneer leerlingen geen aantekeningen maakten maar wel een antwoord opschreven (‘zonder uitwerking’), en wanneer de opgave overgeslagen was of de aantekeningen onduidelijk waren.

De opgaven zijn evenredig verdeeld over vier codeurs. Een steekproef van 5% van de gemaakte opgaven (in totaal 487 opgaven) is door twee codeurs gecodeerd. Hieruit bleek een hoge interbeoordelaarsbetrouwbaarheid: $\kappa = .84$.

Leerkrachtvragenlijst

Leerkrachten van deelnemende leerlingen vulden een vragenlijst in, waaruit een tweetal variabelen meegenomen zijn in dit onderzoek: het gebruik van een digitale methode voor verwerking en het strategieënaanbod (Buisman et al., 2021, hoofdstuk 5).

Het gebruik van digitale leermiddelen is afgeleid uit vraag 4.2 (‘Welke rekenmethode gebruikt u in hoofdzaak voor instructie?’) en 4.3 (‘Welke rekenmethode gebruikt u in hoofdzaak voor verwerking?’). Vanuit deze antwoorden is een variabele gemaakt die aangeeft of Snappet of Gynzy gebruikt wordt voor instructie en/of verwerking (Buisman et al., p. 65). In de huidige steekproef was dit voor 21% van de leerkrachten het geval.

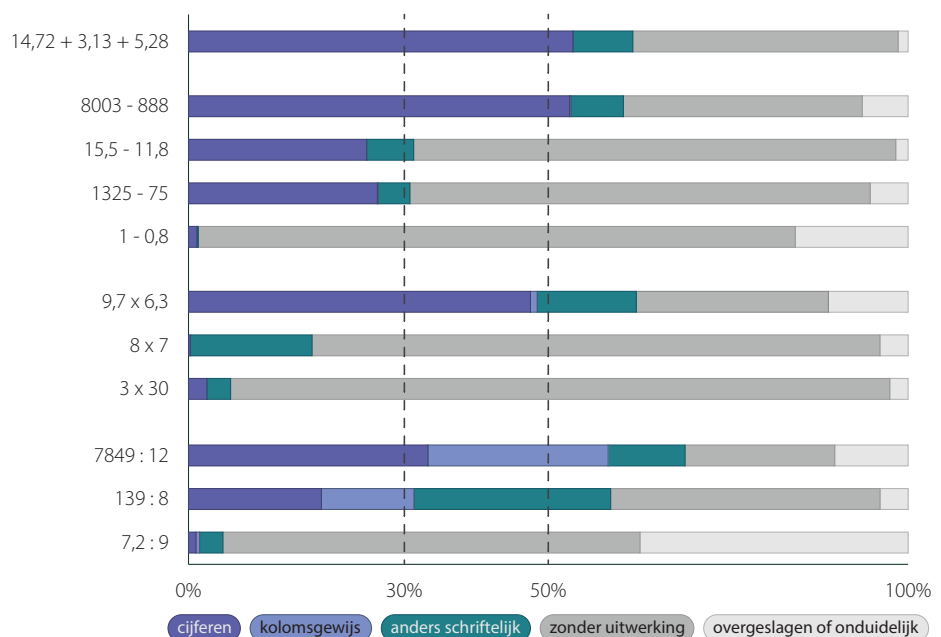
Het strategieënaanbod voor delen werd afgeleid uit vraag 7.2g, waarin leerkrachten aangaven in hoeverre ze de kolomsgewijze strategie aanboden voor delen. Omdat leerkrachten die kolomsgewijs delen aanboden bijna nooit cijferend delen aanboden en andersom (Buisman et al., p. 82), werd vraag 7.2h (over het aanbod van cijferend delen) niet ook nog meegenomen.

Resultaten

Gebruikte strategieën (onderzoeksvraag 1)

Voor de elf geselecteerde opgaven werd nagegaan of leerlingen aantekeningen maakten, en zo ja, welke strategie ze dan gebruikten. In afbeelding 3 is te zien dat het percentage leerlingen dat een antwoord én schriftelijke uitwerking gaf sterk verschilde, van 1% voor de opgave ‘1 - 0,8’ tot 69% voor de opgave ‘7849 : 12’. Als een uitwerking beschikbaar was, liep het strategiegebruik sterk uiteen. Hierbij kan onderscheid worden gemaakt tussen optel-, aftrek-, vermenigvuldig- en deelopgaven. Volgens verwachting werd bij de optel- en aftrekopgaven vooral cijferend gerekend. Kolomsgewijs rekenen komt bij deze opgaven (nagenoeg) niet voor, en ook andere schriftelijke strategieën komen beduidend minder voor dan cijferend rekenen – zelfs bij de opgaven waarbij weinig schriftelijk werd gerekend.

► Afbeelding 3. Strategiegebruik per opgave



De vermenigvuldigopgaven laten een gemengd beeld zien. Bij twee van de drie opgaven, '3 x 30' en '8 x 7', werden nagenoeg geen schriftelijke aantekeningen gemaakt. Omdat deze opgaven door weinig leerlingen werden overgeslagen, en andere schriftelijke strategieën relatief vaak voorkwamen, is het waarschijnlijk dat leerlingen de opgaven uit hun hoofd konden oplossen of genoeg hadden aan bijvoorbeeld een hulprijtje of herhaald optellen. Bij de derde vermenigvuldigopgave '9,7 x 6,3' werd juist door veel leerlingen aantekeningen gemaakt. Vaak losten leerlingen deze opgave op met de cijferende strategie, maar regelmatig werden ook andere strategieën gebruikt. Tegen de verwachting in werd kolomsgewijs rekenen bijna nooit toegepast bij het vermenigvuldigen. Bij één van de deelopgaven '7,2 : 9' werden, door de leerlingen die de opgave niet oversloegen, weinig aantekeningen gemaakt. Bij de andere twee deelopgaven '7846 : 12' en '139 : 8' werd, zoals verwacht, zowel cijferend als kolomsgewijs gerekend. Net als bij '8 x 7' werden bij de opgave '139 : 8' vaak andere schriftelijke strategieën gebruikt.

Succeskans bij verschillende strategieën (onderzoeksvraag 2)

Voor de zeven opgaven waarbij door meer dan 30% van de leerlingen aantekeningen werden gemaakt, is logistische regressie gebruikt om te bepalen of de oplossingsstrategie voorspellend was voor de kans op succes (afbeelding 4) om zo de succesansen van de verschillende strategieën te vergelijken. Omdat overgeslagen opgaven nooit goed beantwoord kunnen worden, is deze categorie niet meegenomen in deze analyses.

Bij de optelopgave '14,72 + 3,13 + 5,28' was de succeskans hoog, waarbij geen significant verschil te zien was tussen strategieën. Dit gold ook voor de twee aftrekopgaven '15,5 - 11,8' en '1325 - 75'. Bij deze aftrekopgaven schreven relatief weinig leerlingen hun uitwerking op, respectievelijk 36 en 33%, maar lagen de succesansen tussen de 69 en 94% zonder significante verschillen tussen strategieën.

Voor de laatste aftrekopgave, '8003 - 888', was de succeskans (80%) significant hoger als leerlingen cijferend rekenden dan wanneer er een andere schriftelijke strategie gebruikt werd (niet-kolomsgewijs) en dan wanneer geen uitwerking opgeschreven werd. Hoewel andere schriftelijke strategieën nog steeds in 60% van de gevallen tot het juiste antwoord leidden, was dit niet significant vaker dan wanneer geen uitwerking gegeven werd.

Bij één vermenigvuldigopgave, '9,7 x 6,3', werd door meer dan 30% van de leerlingen aantekeningen gemaakt. De succeskans bij deze opgave was laag: 33% van de leerlingen die cijferend rekenden had deze opgave goed en slechts 8 tot 11% van de leerlingen van de leerlingen die andere, al dan niet schriftelijke, strategieën gebruikten. Leerlingen die cijferden kwamen bij deze opgave wel significant vaker op het juiste antwoord dan leerlingen die een andere schriftelijke strategie gebruikten (niet-kolomsgewijs) en leerlingen die geen uitwerking opschreven.

Voor de twee deelopgaven, '7849 : 12' en '139 : 8', gold dat alle schriftelijke strategieën significant vaker tot het juiste antwoord leidden dan wanneer geen uitwerking gegeven werd. Voor '139 : 8' waren de succesansen bij de verschillende strategieën vergelijkbaar; bij '7849 : 12' kwamen leerlingen die cijferden vaker op het juiste antwoord dan leerlingen die kolomsgewijs rekenden of andere schriftelijke strategieën gebruikten.

► Afbeelding 4.
Succesans per
strategie

	Succesans			
	Cijferen	Kolomsgewijs	Anders schriftelijk	Zonder uitwerking
14,72 + 3,13 + 5,28	91%	-	87%	91%
8003 - 888	80% ^{bc}	0% ¹	60%	54%
15,5 - 11,8	94%	-	87%	90%
1325 - 75	83%	100% ¹	69%	83%
9,7 x 6,3	33% ^{bc}	11%	09%	8%
7849 : 12	58% ^{abc}	38% ^c	32% ^c	19%
139 : 8	81% ^c	80% ^c	77% ^c	71%

¹ bij deze opgave werd de kolomsgewijze strategie door slechts één leerling gebruikt.

^a succesans groter dan bij kolomsgewijs rekenen, $p \leq .05$.

^b succesans groter dan bij andere schriftelijke strategieën, $p \leq .05$.

^c succesans groter dan zonder uitwerking, $p \leq .05$.

Leerling- en onderwijskenmerken en strategiegebruik (onderzoeksvraag 3)

Voor de vijf opgaven waarbij meer dan 50% van de leerlingen aantekeningen maakte, is geanalyseerd of er verband was tussen leerling- of onderwijskenmerken en het strategiegebruik van de leerlingen. Voor drie kenmerken, gender, rekenniveau en gebruik van digitale leermiddelen, konden alle vijf de opgaven worden geanalyseerd (afbeelding 5). Voor schooltype konden twee opgaven die door meer dan 50 sbo-leerlingen waren gemaakt worden geanalyseerd. Voor instructie-aanbod op het gebied van cijferen en kolomsgewijs rekenen is alleen gekeken naar deelopgaven, omdat de kolomsgewijze strategie door leerlingen bij andere opgaven nauwelijks werd toegepast. Voor elk van de leerling- en onderwijskenmerken is een kruistabel gemaakt, waarbij strategiegebruik werd afgezet tegen dat kenmerk. Met een χ^2 -toets is per opgave en kenmerk geanalyseerd of het strategiegebruik significant verschilde tussen de vergeleken groepen.

GENDER, REKENNIVEAU EN DIGITALE METHODE VOOR VERWERKING (ONDERZOEKSVRAAG 3A-C)

Voor alle opgaven werd een verschil in strategiegebruik tussen meisjes en jongens gevonden (onderzoeksvraag 3a). Meisjes gebruikten, zoals verwacht, vaker een standaardstrategie dan jongens – meestal cijferen (afbeelding 5). Meisjes gebruikten bij bijna alle opgaven vooral de cijferende strategie: alleen bij de opgave '139 : 8' werden door meisjes vaker andere schriftelijke strategieën gebruikt. Hoewel jongens, volgens verwachting, vaker dan meisjes geen uitwerking opschreven, was cijferen ook voor hen een veelgebruikte strategie: voor de meeste opgaven gold dat jongens vaker cijferden dan dat ze andere schriftelijke strategieën gebruikten.

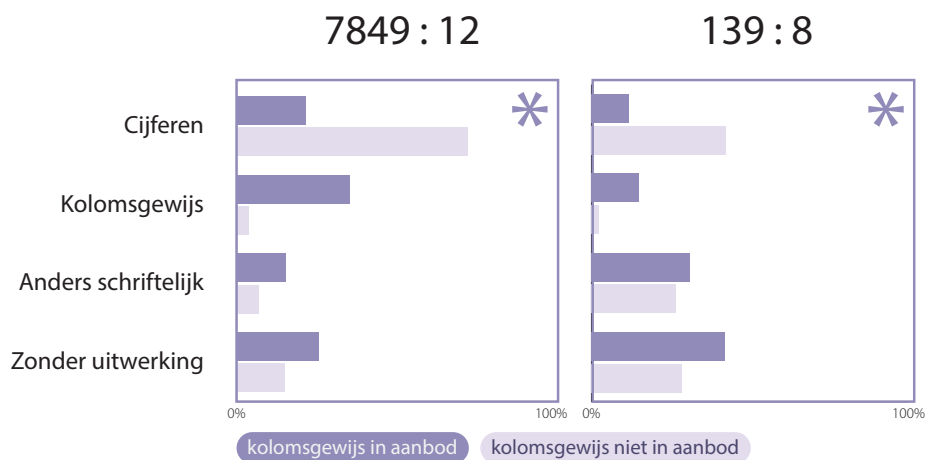
Bij drie opgaven werd een verschil gevonden tussen sterke, gemiddelde en zwakke rekenaars (onderzoeksvraag 3b). Sterke rekenaars schreven vaker dan gemiddelde en zwakke rekenaars geen uitwerking op papier. Ook cijferden zij bij twee van de drie opgaven minder vaak. Bij de opgave waar over het algemeen het minst gecijferd werd, '139 : 8', cijferden sterke rekenaars juist iets vaker dan zwakke en gemiddelde rekenaars.

Bij vier opgaven werd een verschil gevonden tussen leerlingen die wel of geen digitale leermiddelen gebruikten (onderzoeksvraag 3c). Tegen de verwachting in cijferden leerlingen die met digitale leermiddelen werkten vaker dan leerlingen die geen digitale leermiddelen gebruikten. Leerlingen die geen digitale leermiddelen gebruikten, schreven juist vaker geen uitwerking op.

STRATEGIEËNAANBOD (ONDERZOEKSVRAAG 3D)

Voor de deelopgaven is onderzocht of leerlingen uit groepen waar kolomsgewijs delen aan alle, de meeste of een sommige leerlingen werd aangeboden andere strategieën gebruikten dan leerlingen uit groepen waarin kolomsgewijs delen niet aangeboden werd (afbeelding 6). Als kolomsgewijs delen aangeboden wordt, blijken leerlingen minder vaak te cijferen en vaker kolomsgewijs te delen.

► Afbeelding 6. Strategiegebruik uitgesplitst naar strategieaanbod



SCHOOLTYPE (ONDERZOEKSVRAAG 3E)

Twee van de opgaven waarbij meer dan 50% van de leerlingen aantekeningen maakten, werden door meer dan 50 sbo-leerlingen gemaakt (afbeelding 7). Voor deze opgaven bleek dat

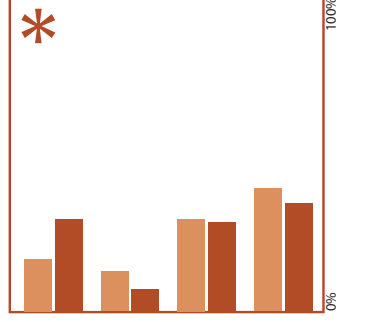
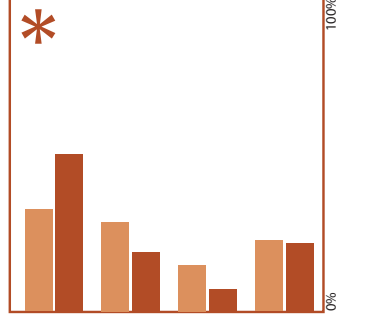
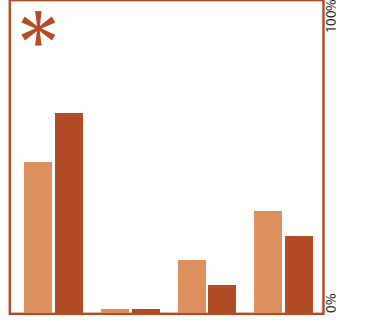
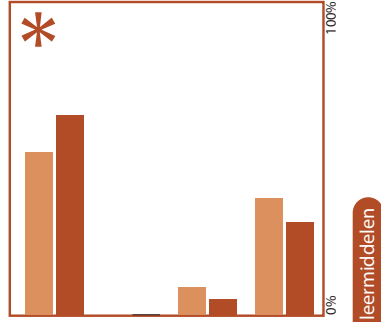
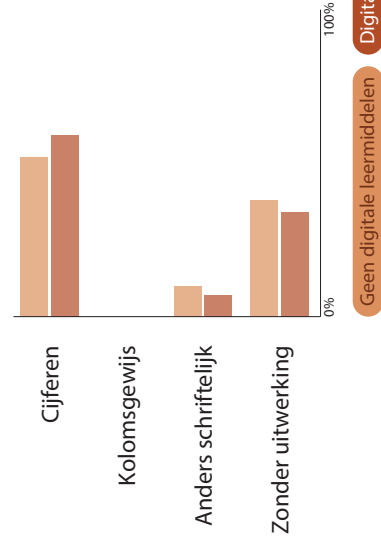
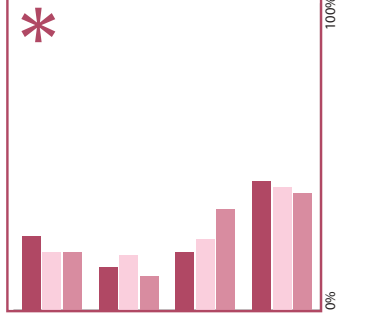
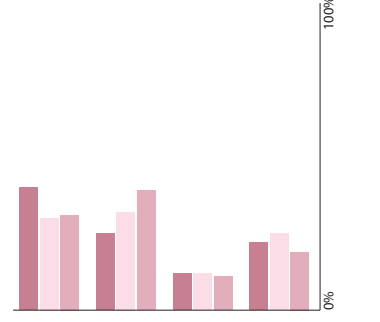
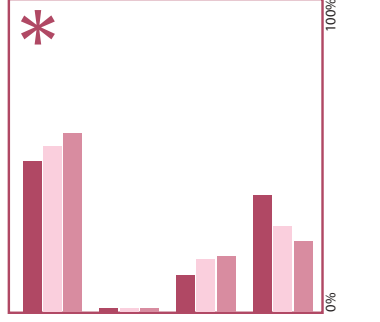
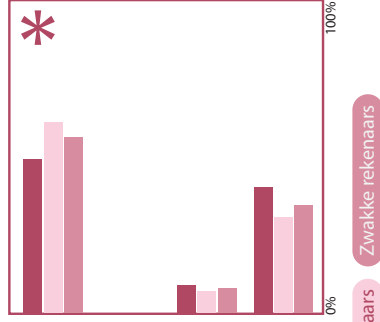
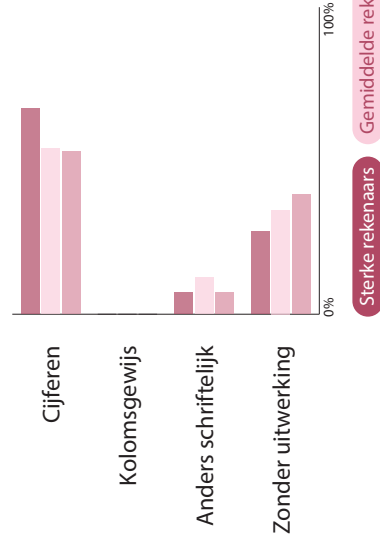
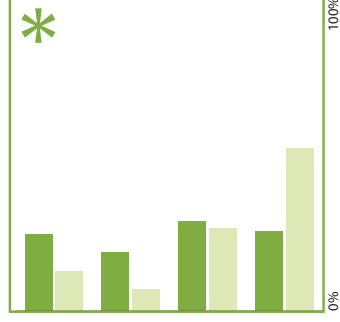
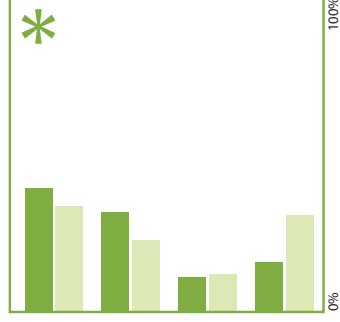
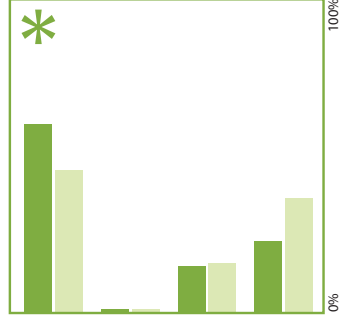
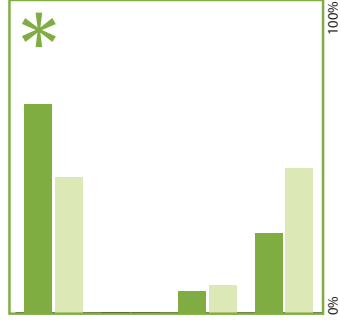
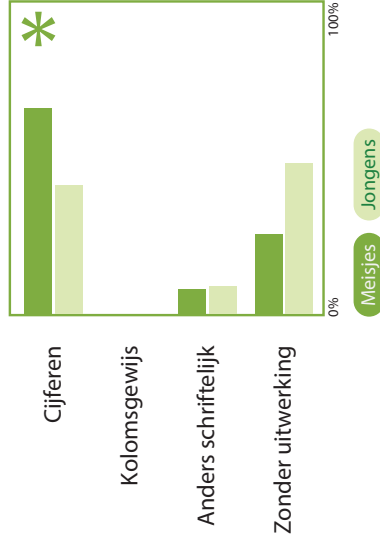
14,72 + 3,13 + 5,28

8003 - 888

9,7 x 6,3

7849 : 12

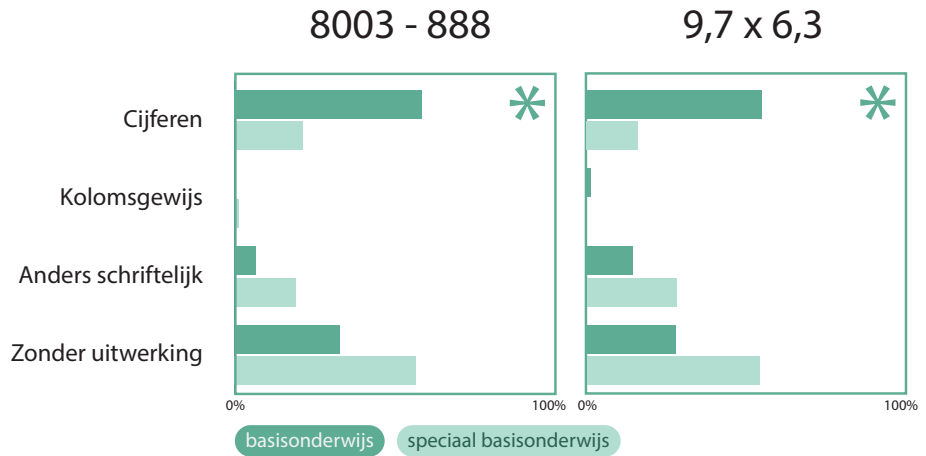
139 : 8



▲ Afbeelding 5. Strategiegebruik uitgesplitst naar gender, rekenniveau en digitale methode voor verwerking

sbo-leerlingen inderdaad andere strategieën gebruikten dan bo-leerlingen. Sbo-leerlingen schreven minder vaak een uitwerking op papier en gebruikten ook vaker andere schriftelijke strategieën dan leerlingen uit het regulier basisonderwijs. Leerlingen uit het regulier basisonderwijs cijferden juist veel vaker dan sbo-leerlingen.

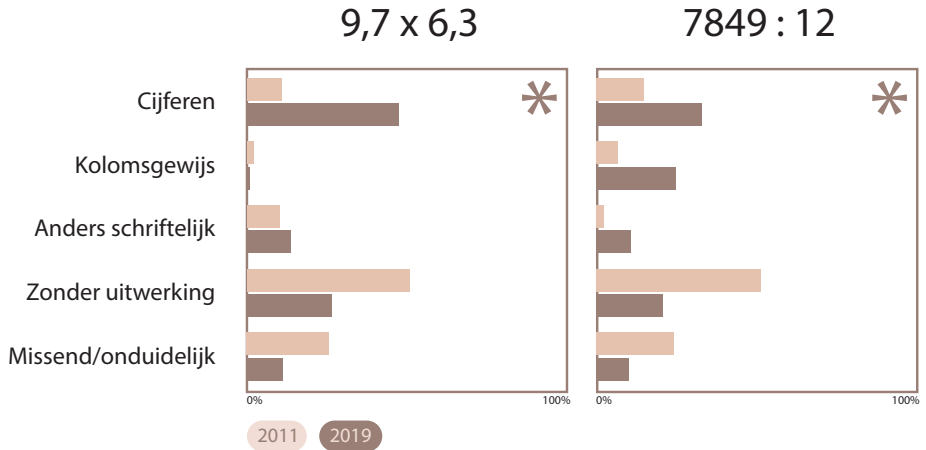
► Afbeelding 7. Strategiegebruik van bo- en sbo-leerlingen



Strategiegebruik in deze en eerdere peilingsonderzoeken (onderzoeksvraag 4)

Eén vermenigvuldigingopgave, '9,7 x 6,3', en één deelopgave, '7849 : 12', kwam zowel in Peil2019 als in Peil2011 voor (afbeelding 8). In 2019 werd door meer leerlingen aantekeningen gemaakt dan in 2011: van alle schriftelijke strategieën kwam alleen het kolomsgewijs vermenigvuldigen in 2019 minder voor dan in 2011. In 2011 antwoordden juist vrij veel leerlingen zonder uitwerking op papier.

► Afbeelding 8. Strategiegebruik in Peil-2019 en PPO-2011



Discussie

Het doel van het gerapporteerde onderzoek was het geven van een landelijk representatief beeld van welke strategieën schoolverlaters in het (s)bo gebruiken om meercijferige optel-, aftrek-, vermenigvuldig- en deelopgaven op te lossen - en welke strategieën het vaakst tot het juiste antwoord leiden. Daarnaast zochten we de verdieping door te analyseren of leerlingkenmerken, namelijk gender en rekenniveau, onderwijsaanbod, namelijk digitale methode voor verwerking, strategieënaanbod in instructie, en schooltype, sbo of bo, samenhangen met de strategieën die leerlingen gebruiken. Ten slotte is voor twee opgaven een vergelijking met de eerdere peiling (PPO-2011) gemaakt.

Strategiegebruik en kans op een goed antwoord (onderzoeksvraag 1 en 2)

In totaal is het strategiegebruik van elf rekenopgaven in kaart gebracht. Het percentage leerlingen dat een berekening of aantekeningen op papier had gezet verschilde sterk tussen deze opgaven, van 1% tot 69%. Dat lijkt vooral samen te hangen met het aantal rekenstappen dat gezet moet

worden. Optel- en aftrekopgaven die in één of twee stappen beantwoord kunnen worden, zoals $1 - 0,8$ en $1325 - 75$ maar ook $15,5 - 11,8$, werden vooral zonder schriftelijke uitwerking beantwoord. Leerlingen konden deze stap(pen) waarschijnlijk in het hoofd doen of de uitkomst als rekenfeit ophalen. De succesansen ondersteunen dit beeld: leerlingen die zonder uitwerking rekenden hadden een even hoge kans op een goed antwoord als leerlingen die een schriftelijke strategie gebruikten.

Bij complexere optel- en aftrekopgaven '8003 - 888' en ' $14,72 + 3,13 + 5,28$ ' rekende de meerderheid van de leerlingen wel op papier, en dan met name cijferend, zoals verwacht. Kolomsgewijs rekenen is bij optellen en aftrekken nauwelijks waargenomen. Bij '8003 - 888' was cijferen de succesvolste strategie, terwijl bij ' $14,72 + 3,13 + 5,28$ ' er geen verschillen in succesansen van de strategieën waren. Dat laatste is mogelijk te verklaren door het feit dat deze opgave zich leent voor handig rekenen door het eerste en het laatste getal eerst bij elkaar op te tellen (Hickendorff, 2018). Mogelijk hebben veel leerlingen die zonder uitwerking rekenden hiervan gebruik gemaakt, waardoor zij relatief gemakkelijk uit het hoofd tot een goed antwoord konden komen.

Vermenigvuldig- en deelopgaven die in één stap konden worden opgelost, zoals ' 8×7 ', ' 3×30 ' en ' $7,2 : 9$ ', werden ook vooral zonder schriftelijke uitwerking opgelost. Een vermenigvuldiging van twee decimale getallen, ' $9,7 \times 6,3$ ', werd meestal wel op papier uitgerekend: vooral cijferend, maar ook anders schriftelijk (maar nauwelijks kolomsgewijs). Deze opgave had een lage succeskans - wat waarschijnlijk ook samenhangt met het feit dat deze opgave in toetsboekjes voor uitstroomniveau vmbo-tl of lager was geplaatst. Met cijferend rekenen werd de hoogste succeskans behaald, maar ook die was slechts 33%. De twee deelopgaven die meerdere rekenstappen vereisten, ' $7849 : 12$ ' en ' $139 : 8$ ', werden cijferend, kolomsgewijs of anders schriftelijk opgelost. Bij deze opgaven was het antwoorden zonder uitwerking het minst succesvol, net als in eerder onderzoek (Fagginger Auer, Hickendorff, & Van Putten, 2016; Hickendorff et al., 2009). Bij ' $139 : 8$ ' verschilden de drie schriftelijke strategieën niet van elkaar in succeskans, waarschijnlijk omdat deze opgave met relatief weinig en eenvoudige rekenstappen op te lossen was. Bij ' $7849 : 12$ ' was cijferen het meest succesvol, gevolgd door kolomsgewijs en anders schriftelijk rekenen, net als in eerder onderzoek (Hickendorff et al., 2009).

De resultaten voor onderzoeksvraag 1 en 2 samennemend laten zien dat het strategiegebruik afhangt van de bewerking en de complexiteit van de rekenopgave. Optel- en aftrekopgaven die in één of twee stappen kunnen worden opgelost en vermenigvuldig- en deelopgaven die in één stap kunnen worden opgelost werden vaak - succesvol - zonder schriftelijke uitwerking beantwoord. Bij aftrek- en vermenigvuldigopgaven die meerdere rekenstappen vereisen werd vaak gecijferd, en dat was ook de meest succesvolle strategie op die opgaven. Kolomsgewijs rekenen kwam bij optellen, aftrekken en vermenigvuldigen nauwelijks voor. Zoals verwacht kwam bij deelopgaven wel zowel het cijferen als het kolomsgewijs rekenen voor. Als er verschillen in succesansen tussen de schriftelijke strategieën bij delen werd vastgesteld was dat in het voordeel van het cijferen.

We hadden verwacht dat leerlingen bij optellen en aftrekken vooral cijferend zouden rekenen en bij vermenigvuldigen en delen ook veel kolomsgewijs (hypothese 1). Deze hypothese is grotendeels bevestigd, met twee kanttekeningen: (a) dit geldt alleen voor de opgaven die niet in één of twee stappen kunnen worden opgelost en (b) tegen de verwachting in rekenden leerlingen nauwelijks kolomsgewijs bij vermenigvuldigen. Dat laatste sluit wel aan bij de bevindingen van PPON-2011 waar kolomsgewijs vermenigvuldigen ook slechts in 0-6% van de gevallen werd gebruikt door leerlingen in groep 8 (Fagginger Auer, Hickendorff, Van Putten, et al., 2016). Onze verwachting met betrekking tot de succesansen was dat cijferend rekenen de hoogste succeskans zou hebben, gevolgd door kolomsgewijs rekenen, anders schriftelijk en ten slotte zonder schriftelijke uitwerking (hypothese 2). Ook deze hypothese is deels bevestigd. Op een aantal opgaven werd geen verschil in succeskans tussen de strategieën gevonden, of enkel tussen schriftelijke strategieën enerzijds en antwoorden zonder uitwerking anderzijds. Maar als er verschillen in succesansen zijn gevonden, blijkt cijferen altijd de hoogste succeskans op te leveren. Kolomsgewijs rekenen werd alleen bij delen gebruikt en de succeskans was daar bij één van de twee opgaven inderdaad lager dan die van cijferen en andere schriftelijke strategieën, terwijl bij de andere opgave de schriftelijke strategieën niet van elkaar verschilden in succeskans.

Leerling- en onderwijskenmerken en strategiegebruik (onderzoeksvraag 3)

Als er voldoende schriftelijke uitwerkingen bij een opgave beschikbaar waren zijn verschillen naar gender (onderzoeksvraag 3a), rekenniveau (onderzoeksvraag 3b), digitale methode voor verwer-

king (onderzoeksvraag 3c), strategieënaanbod (onderzoeksvraag 3d) en schooltype (onderzoeksvraag 3e) onderzocht. In de praktijk bleek dit neer te komen op maximaal vijf opgaven die niet in één of twee stappen op te lossen waren: één optelopgave, één aftrekopgave, één vermenigvuldigopgave en twee deelopgaven.

GENDER

Bij alle vijf geanalyseerde opgaven was een verschil in strategiegebruik tussen jongens en meisjes. Meisjes gebruikten, zoals verwacht, vaker een standaardstrategie dan jongens, namelijk meestal cijferen. Jongens schreven vaker dan meisjes geen uitwerking op papier. Hypothese 3a is hiermee bevestigd en de bevindingen sluiten aan bij resultaten uit eerder onderzoek (Fagginger Auer, Hickendorff, Van Putten, et al., 2016; Hickendorff et al., 2010, 2018; Timmermans et al., 2007).

REKENNIVEAU

Bij drie van de vijf geanalyseerde opgaven was een verschil in strategiegebruik naar rekenniveau van de leerling. De verschillen waren echter niet zoals verwacht op basis van strategieënonderzoeken voor het domein delen (Fagginger Auer et al., 2018; Fagginger Auer, Hickendorff, & Van Putten, 2016; Fagginger Auer, Hickendorff, Van Putten, et al., 2016; Hickendorff et al., 2009, 2010; Van Putten & Hickendorff, 2006). In de huidige peiling antwoordden juist sterke rekenaars vaker dan gemiddelde en zwakke rekenaars zonder schriftelijke uitwerking. Ook cijferden zij bij twee van de drie opgaven minder vaak. De resultaten zijn daarmee tegengesteld aan hypothese 3b. Vanuit cognitief perspectief zijn deze patronen goed te verklaren: sterke rekenaars hebben minder behoefte aan de structuur en werkgeheugenontlasting van het op papier rekenen (Ruthven, 1998) en gebruiken vaker handige strategieën (Hickendorff, 2018; Newton et al., 2019; Torbeyns et al., 2017). Voor de praktijk zijn de huidige resultaten mogelijk goed nieuws. Het was immers een bevinding uit de vorige peilingen die tot zorgen leidde, dat juist de groep zwakkere rekenaars die een schriftelijke (standaard)berekening het hardst nodig hadden daar vaak niet eens aan begon. Vervolgonderzoek zal moeten aantonen of dit een blijvende verandering is.

DIGITALE METHODE VOOR VERWERKING

Bij vier van de vijf geanalyseerde opgaven was een verschil in strategiegebruik tussen leerlingen die wel of geen digitale methode voor verwerking (Snappet of Gynzy) gebruikten. Ook hier waren de verschillen echter niet zoals verwacht in hypothese 3c. Juist leerlingen op scholen die digitale verwerking aanbieden cijferden vaker dan leerlingen die niet met deze programma's werkten. Leerlingen die niet met Snappet of Gynzy werken schreven juist vaker geen uitwerking op papier. Dit is een voor de praktijk zeer relevante bevinding, omdat een belangrijk risico van digitale verwerking, weinig op papier rekenen is (Faber & Visscher, 2016), niet lijkt uit te komen. Het is mogelijk dat leerkrachten het uitwerken op papier actiever stimuleren als er digitale leermiddelen gebruikt worden, bijvoorbeeld omdat het directer zichtbaar is als een kind geen kladpapier of wisbordje gebruikt. Nader onderzoek moet uitwijzen of dit patroon stand houdt en wat de rol van de instructie van de leerkracht hierbij is, bijvoorbeeld de nadruk op het gebruik van kladpapier bij digitale verwerking (Hickendorff, 2023).

STRATEGIEËNAANBOD IN INSTRUCTIE

Kolomsgewijs rekenen werd vrijwel uitsluitend bij alleen de deelopgaven gebruikt. Op de twee deelopgaven waar voldoende schriftelijk werd gerekend bleek dat het strategiegebruik van leerlingen het strategieënaanbod in de instructie weerspiegelde, zoals verwacht (hypothese 3d): als kolomsgewijs delen aangeboden werd, blijken leerlingen minder vaak te cijferen en vaker kolomsgewijs te delen. Dit sluit aan bij eerdere bevindingen (Fagginger Auer, Hickendorff, Van Putten, et al., 2016) en laat zien dat het geïmplementeerde curriculum samenhangt met de opbrengsten.

BASISONDERWIJS EN SPECIAAL BASISONDERWIJS

Slechts twee opgaven, één aftrek- en één vermenigvuldigopgave, werden door voldoende leerlingen uit het sbo gemaakt om verschillen in strategiegebruik van deze groepen te kunnen analyseren. Zoals verwacht (hypothese 3d) cijferden bo-leerlingen vaker dan sbo-leerlingen, terwijl sbo-leerlingen minder vaak schriftelijk rekenden of vaker een andere schriftelijke strategie gebruikten dan bo-leerlingen. De verwachte verschillen in het kolomsgewijs rekenen kwamen echter niet terug: ook bij sbo-leerlingen rekenden nauwelijks kolomsgewijs op deze opgaven. Dat is niet in

lijn met de verschillen die zijn gevonden in de aanbodvragenlijst van Peil-2019, waaruit bleek dat sbo-leerkrachten vaker dan bo-leerkrachten de kolomsgewijze strategie aanbieden voor alle bewerkingen (Buisman et al., 2021). Nader onderzoek is nodig om uit te zoeken waarom dat zich niet in het strategiegebruik van leerlingen weerspiegelt.

Vergelijking met eerdere peiling (onderzoeksvraag 4)

Eén vermenigvuldigingopgave, '9,7 x 6,3', en één deelopgave, '7849 : 12', zat zowel in Peil2019 als in het strategieënonderzoek van PPON2011 (Fagginger Auer et al., 2013). Een exploratieve vergelijking van het strategiegebruik tussen deze twee peilingen liet zien dat de leerlingen in 2019 vaker schriftelijk rekenden dan in 2011. Het percentage in de categorie 'zonder uitwerking' is in 2019 substantieel lager dan in 2011. Op de vermenigvuldigingopgave staat daar vooral een toename in het cijferend rekenen tegenover, terwijl op de deelopgave een toename van alle drie de schriftelijke strategieën te zien. Een belangrijke kanttekening bij deze vergelijkingen is echter dat door een andere manier van samenstellen en toewijzen van toetsboekjes de subgroepen van leerlingen die deze opgaven maakten niet vergelijkbaar zijn qua rekenniveau. In PPON-2011 werden deze twee opgaven door een vergelijkbare groep leerlingen gemaakt, terwijl in Peil-2019 het rekenniveau van de leerlingen die de deelopgave maakten beduidend hoger lag dan dat van de leerlingen die de vermenigvuldigingopgave maakten. Dit vertekent waarschijnlijk de vergelijking, zeker gezien de samenhang tussen rekenniveau en strategiegebruik, die ook nog eens anders was in PPON-2011 dan in Peil-2019. Desalniettemin is het voor de praktijk mogelijk een positief resultaat, aangezien de afname van schriftelijk rekenen tussen PPON-1997 en PPON-2004 bij heeft gedragen aan de prestatiedaling bij vermenigvuldigen en delen tussen die twee peilingen (Hickendorff et al., 2009). Deze afname van schriftelijk rekenen zette zich niet door naar PPON-2011 (Fagginger Auer et al., 2013) en lijkt nu dus zelfs om te draaien naar een toename van schriftelijk rekenen.

BEPERKINGEN EN VERVOLGONDERZOEK

Secundaire analyses op gegevens van grootschalige peilingen hebben een aantal inherente beperkingen. Ten eerste is het afnamedesign, welke opgaven in welke toetsboekjes zitten en welke leerlingen welke toetsboekjes maken, gericht op het construeren van vaardigheidsschalen. Daarom zit er een brede variatie van opgaven in de toets en maken leerlingen een selectie van die opgaven. Voor het construeren van vaardigheidsschalen werkt dit efficiënt, maar voor het in kaart brengen van strategiegebruik heeft het duidelijk nadelen. Opgavekenmerken zijn niet systematisch gevarieerd en elke opgave wordt door een verschillende selectie van leerlingen gemaakt, wat vergelijkingen tussen opgaven moeilijk maakt. Bovendien waren er in Peil-2019 relatief weinig opgaven uit alle vier de domeinen, waardoor de bevindingen nog meer dan in eerdere peilingen op de toevallige opgaven berusten. Omdat de verschillen naar gender, rekenniveau, digitale methode voor verwerking en strategieënaanbod grotendeels vergelijkbare patronen op de verschillende opgaven lieten zien zijn de verschillen tussen de onderscheiden groepen tamelijk robuust.

Een tweede beperking is dat de grootschaligheid van de steekproef de keerzijde heeft dat de afnames klassikaal plaatsvinden en het strategiegebruik slechts uit de schriftelijke uitwerkingen kan worden afgeleid (zie ook Fagginger Auer et al., 2015). Vooral voor de opgaven waar wel een antwoord maar geen schriftelijke uitwerking is gegeven is de informatie over het oplossingsproces zeer beperkt. Het antwoord kan via hoofdrekenen verkregen staan, maar dan is geen zicht te krijgen op de rekenstappen. Het antwoord kan ook een schatting of pure gok zijn. Ten slotte is het mogelijk dat er, ondanks de instructies, toch op apart kladpapier is gerekend.

Een derde beperking, die inherent is aan het meeste strategieënonderzoek, is dat bij de vergelijking van de succesansen van de verschillende strategieën er waarschijnlijk selectie-effecten optreden. Als bijvoorbeeld veel sterke rekenaars een bepaalde strategie gebruiken zal de succeskans hoger liggen dan als vooral zwakke rekenaars deze strategie gebruiken. Een onderzoeksmethodologie die deze selectie-effecten kan ondervangen is het zogenaamde *choice/no-choice* design (Siegler & Lemaire, 1997). Dit design is al veelvuldig toegepast in onderzoek naar rekenstrategieën, maar vereist een geheel nieuwe en intensieve dataverzameling.

Conclusies

Ondanks alle beperkingen biedt strategieënanalyse van grootschalige peilingsonderzoeken een unieke kans om een representatief beeld van het oplossingsproces van leerlingen te krijgen. Het huidige onderzoek bij deelnemers van Peil-2019 is de vierde opeenvolgende peiling waar de

strategieën van leerlingen in kaart zijn gebracht – en ook de laatste, aangezien in Peil-2023 de afname digitaal plaats heeft gevonden. In grote lijnen lijken leerlingen goed in staat om een afweging te maken welke strategie ze toepassen: bij relatief eenvoudige opgaven rekenen zij vaak zonder iets op papier te zetten, terwijl complexere opgaven wel vaak schriftelijk worden uitgerekend. Cijferen is een veelgebruikte strategie bij alle vier de bewerkingen terwijl kolomsgewijs rekenen vrijwel uitsluitend bij delen wordt toegepast, wat aansluit bij de leerlijnen voor de vier bewerkingen. Sbo-leerlingen lijken vaak nog niet toegekomen aan de complexere opgaven, en ook niet aan het cijferen of kolomsgewijs rekenen. Een opvallend resultaat in het licht van eerdere peilingen is dat in Peil-2019 gemiddelde en zwakke rekenaars vaker op papier rekenden dan sterke rekenaars – voor de praktijk waarschijnlijk een positief resultaat, aangezien juist zwakkere rekenaars de structuur en werkgeheugenontlasting van schriftelijk rekenen goed kunnen gebruiken. Een ander opvallend resultaat is dat leerlingen die met digitale methodes voor verwerking werken vaker op papier rekenden dan leerlingen die niet met deze digitale methodes werken: het risico dat leerlingen niet meer op papier rekenen als ze via de laptop de stof verwerken lijkt dus niet uit te komen. Gezien de alleen maar toenemende populariteit van digitale leermiddelen is dit een interessante en relevante ontwikkeling, die wel replicatie en nader onderzoek behoeft.

Noten

- ¹ Omdat het huidige onderzoek zich enkel richt op opgaven binnen het domein Getallen, hanteren we de term rekenopgaven in plaats van reken-wiskundeopgaven.
² Eén opgave (8 x 7) is geen meercijferige bewerkingsopgave. Omdat deze opgave wel onderdeel was van de schaal Vermenigvuldigen en delen in Peil-2019 is deze wel meegenomen in de analyses.

Literatuur

- Buisman, M., Kuijper, S., Hickendorff, M., Kuijpers, R. E., Keuning, J., Walet, L., Meijer, J., Ankersmit, M., & van Kronenburg, F. (2021). *Rekenvaardigheden in het (S)BO. Technisch rapport Peil. onderwijs Rekenen-Wiskunde einde (speciaal) basisonderwijs 2019*. Amsterdam: Kohnstamm Instituut.
- Faber, J. M., & Visscher, A. J. (2016). *De effecten van Snappet. Effecten van een adaptief onderwijsplatform op leerresultaten en motivatie van leerlingen*. Universiteit Twente.
- Fagginger Auer, M. F., Hickendorff, M., & Van Putten, C. M. (2015). Strategiegebruik bij rekenen afleiden uit het schriftelijk werk van basisschoolleerlingen. *Pedagogische Studien*, 92, 9–23.
- Fagginger Auer, M. F., Hickendorff, M., & Van Putten, C. M. (2016). Solution strategies and adaptivity in multidigit division in a choice/no-choice experiment: Student and instructional factors. *Learning and Instruction*, 41, 52–59. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.09.008>
- Fagginger Auer, M. F., Hickendorff, M., & Van Putten, C. M. (2018). Training can increase students' choices for written solution strategies and performance in solving multi-migit division problems. *Frontiers in Psychology*, 9, 1644. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01644>
- Fagginger Auer, M. F., Hickendorff, M., & Van Putten, C. M. (2013). Strategiegebruik bij het oplossen van vermenigvuldig- en deelopgaven. In F. Scheltens, B. Hemker, & J. Vermeulen (Eds.), *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 5* (pp. 157–168). Cito.
- Fagginger Auer, M. F., Hickendorff, M., Van Putten, C. M., Béguin, A. A., & Heiser, W. J. (2016). Multilevel latent class analysis for large-scale educational assessment data: Exploring the relation between the curriculum and students' mathematical strategies. *Applied Measurement in Education*, 29(2), 144–159. <https://doi.org/10.1080/08957347.2016.1138959>
- Hickendorff, M. (2018). Dutch sixth graders' use of shortcut strategies in solving multidigit arithmetic problems. *European Journal of Psychology of Education*, 33(4), 577–594. <https://doi.org/10.1007/s10212-017-0357-6>
- Hickendorff, M. (2020). Fourth graders' adaptive strategy use in solving multidigit subtraction problems. *Learning and Instruction*, 67, 101311. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2020.101311>
- Hickendorff, M. (2023). *Aanvankelijk en gevorderd rekenen in groep 3, 4 en 5*. Onderwijskennis.NI (NRO). <https://www.onderwijskennis.nl/node/4072>
- Hickendorff, M., Heiser, W. J., Van Putten, C. M., & Verhelst, N. D. (2009). Solution strategies and achievement in dutch complex arithmetic: Latent variable modeling of change. *Psychometrika*, 74(2), 331–350. <https://doi.org/10.1007/s11336-008-9074-z>
- Hickendorff, M., Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2018). Grade-related differences in strategy use in multidigit division in two instructional settings. *British Journal of Developmental Psychology*, 36, 169–187. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12223>
- Hickendorff, M., Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2019). Multi-digit addition, subtraction, multiplication, and division strategies. In A. Fritz, V. G. Haase, & P. Räsänen (Eds.), *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties*. (pp. 543–560). Springer Nature, Switzerland.
- Hickendorff, M., Van Putten, C. M., Verhelst, N. D., & Heiser, W. J. (2010). Individual differences in strategy use on division problems: Mental versus written computation. *Journal of Educational Psychology*, 102(2), 438–452. <https://doi.org/10.1037/a0018177>
- Inspectie van het Onderwijs. (2021). *Peil rekenen-wiskunde einde (speciaal) basisonderwijs 2018-2019*. Inspectie van het Onderwijs.
- Newton, K. J., Lange, K., & Booth, J. L. (2019). Mathematical Flexibility: Aspects of a Continuum and the Role of Prior Knowledge. *The Journal of Experimental Education*. <https://doi.org/10.1080/00220973.2019.1586629>
- Ruthven, K. (1998). The use of mental, written and calculator strategies of numerical computation by upper primary pupils within a “calculator-aware” number curriculum. *British Educational Research Journal*, 24(1), 21–42. <https://doi.org/10.1080/0141192980240103>

- Siegler, R. S., & Lemaire, P. (1997). Older and younger adults' strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method. *Journal of Experimental Psychology: General*, 126(1), 71–92. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.126.1.71>
- Sievert, H., van den Ham, A. K., Niedermeyer, I., & Heinze, A. (2019). Effects of mathematics textbooks on the development of primary school children's adaptive expertise in arithmetic. *Learning and Individual Differences*, 74, 101716. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2019.02.006>
- Timmermans, R. E., Van Lieshout, E. C. D. M., & Verhoeven, L. (2007). Gender-related effects of contemporary math instruction for low performers on problem-solving behavior. *Learning and Instruction*, 17(1), 42–54. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.11.005>
- Torbeyns, J., Hickendorff, M., & Verschaffel, L. (2017). The use of number-based versus digit-based strategies on multi-digit subtractions: 9-12-year-olds' strategy use profiles and task performances. *Learning and Individual Differences*, 58, 64–74. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2017.07.004>
- Van Putten, C. M., & Hickendorff, M. (2006). Strategieën van leerlingen bij het beantwoorden van deelopgaven in de periodieke peilingen aan het eind van de basisschool van 2004 en 1997. *Tijdschrift Voor Nascholing En Onderzoek van Het Reken-Wiskundeonderwijs*, 25(2), 16–25. <http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/6796.pdf>

The aim of this study is to provide a nationally representative overview of the strategies used by students leaving (special) primary education to solve multi-digit addition, subtraction, multiplication, and division problems, such as $7849 : 12$ and $14.72 + 3.13 + 5.28$. For this purpose, the solution strategies of students participating in Peil-2019 on eleven arithmetic problems were investigated. A total of 10,287 solutions from 4,983 students were analyzed. The results indicate that strategy use depends on the operation and on the complexity of the arithmetic problem. Problems that can be solved in one or two steps were often – successfully – answered without written work. Subtraction and multiplication problems requiring multiple steps were often solved using written strategies, which was also the most successful strategy for these problems. As expected, division problems were solved using the digit-based algorithm, column-based arithmetic, or other written approaches, with the digit-based algorithm being the most successful for one division problem.

As expected girls tended to use standard strategies more often, while boys more frequently solved problems without written work, students in regular education used the digit-based algorithm more frequently than those in special education, and students who had been taught column-based division applied this strategy more often. Contrary to expectations, high math achievers solved problems without written work more often than average or low math achievers did, and students in schools using Snappet or Gynzy used written strategies more often than students in schools not using these digital methods. Lastly, a comparison of strategy use between two problems that were also part of the earlier national assessment showed that students in 2019 used written strategies more frequently than students in 2011 did.